



Universität  
Zürich<sup>UZH</sup>

Philosophisches Seminar

---

# Einführung in die formale Logik II

Herbstsemester 2019

Vorlesung 7

Prof. Dr. Katia Saporiti

# Übersicht

- Kennzeichnungen
  - Exkurs: Grammatische vs. logische Form
  - Russells Kennzeichnungstheorie
  - Das Problem des ausgeschlossenen Dritten
  - Das Problem negativer Existenzaussagen
  - Das Problem der Substituierbarkeit (*intensionale* Kontexte)
  - Das Problem informativer Identitätsaussagen

## Exkurs: Grammatische versus logische Form



[Der weiße König zu Alice:] „Und ich habe auch die beiden Boten nicht geschickt. Sie sind beide in die Stadt gegangen. Schau doch mal die Straße entlang und sag mir, ob du einen von ihnen siehst.“ „Ich sehe niemand auf der Straße,“ sagte Alice. „Ich wünschte nur, *ich* hätte solche Augen,“ bemerkte der König mürrisch. „Niemand sehen zu können! Und noch dazu auf diese Entfernung! Das beste, was *ich* bei diesem Licht zustande bringe, ist, wirkliche Leute zu sehen!“ (aus Lewis Carroll: *Alice hinter dem Spiegel und was sie dort fand*, Kap. VII)

\* Der Individuenbereich sei auf Personen beschränkt.

- (1) Alice sieht den Boten.
- (2) Alice sieht jemanden.
- (3) Alice sieht niemanden.

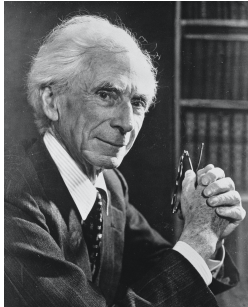
- (1) bis (3) haben vielleicht dieselbe grammatische Form: *Subjekt + transitives Verb + Objekt*.
- (1) bis (3) haben aber gewiss nicht dieselbe logische Form.
  - Denn aus (1) und (2) folgt, dass es jemanden gibt, den Alice sieht.

(1) $Pab$	a: Alice; b: der Bote
(2) $\exists xPax$ *	$Pxy$ : x sieht y
  - Mit (3) wird dagegen behauptet, dass es niemanden gibt, den Alice sieht.  $\neg\exists xPax$  \*

## Kennzeichnungen

- Wir beziehen uns nicht nur mit Namen (Städte-, Personennamen, etc.) auf Einzeldinge, sondern auch mit Hilfe eindeutiger Kennzeichnungen (*definite descriptions*).
- Eindeutige Kennzeichnungen enthalten Beschreibungen von Dingen, die im jeweiligen Zusammenhang nur auf genau ein Ding zutreffen.
  - der Schüler Platons, der Lehrer Alexanders (Aristoteles)
  - die Hauptstadt von Österreich (Wien), die Hauptstadt von Frankreich (Paris)
  - der Präsident der Vereinigten Staaten (Donald Trump)
  - der höchste Berg der Welt (Mount Everest)
  - das Gebäude an der Rämistrasse 71, das Hauptgebäude der UZH im Zentrum (KOL)
- In vielen Kontexten können Namen und definite Kennzeichnungen, die sich auf dasselbe beziehen, *salva veritate* (d.h. ohne dass sich der Wahrheitswert der Aussage änderte) ausgetauscht werden.
  - a. *Die Hauptstadt von Frankreich* hat mehr als zwei Millionen Einwohner.
  - b. *Paris* hat mehr als zwei Millionen Einwohner.
  - c. *Die Stadt, in der der Eiffelturm steht*, hat mehr als zwei Millionen Einwohner.

# Russells Kennzeichnungstheorie



Bertrand Russell  
(1872-1970)

**(1) Der Regisseur von *Claires Knie* ist Franzose.**

**Pa** (1) scheint ein einfacher Subjekt-Prädikat-Satz zu sein, mit dem wir uns auf eine Person beziehen und etwas über diese Person aussagen.

Russells Analyse zufolge ist (1) jedoch eine Abkürzung für:

- a) Es gibt mindestens einen Regisseur von *Claires Knie*, und
- b) es gibt höchstens einen Regisseur von *Claires Knie*, und
- c) wer auch immer ein Regisseur von *Claires Knie* ist, ist ein Franzose.

Die Wahrheit jeder einzelnen Aussage (a bis c) ist eine notwendige Bedingung für die Wahrheit von (1).

Die Wahrheit aller drei Aussagen ist hinreichend für die Wahrheit von Satz (1), dessen logische Form von seiner grammatischen Form abweicht.

(a) ist eine Existenzbehauptung, (b) eine Einzigkeitsbehauptung und (c) enthält die Prädikation.



(Pxy: x ist ein Regisseur von y;  
a: Claires Knie)  
(Qx: X ist ein Franzose)

## .... Russells Kennzeichnungstheorie

(1) Der Regisseur von *Claires Knie* ist Franzose.

$$\left( \exists x Pxa \wedge \forall x \forall y (Pxa \wedge Pya \rightarrow x = y) \right) \wedge \forall x (Pxa \rightarrow Qx) \\ \exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow x = y)) \wedge Qx \right)$$

$Pxy$ :  $x$  ist ein Regisseur von  $y$ .  
 $Qx$ :  $x$  ist ein Franzose.  
 $a$ : *Claires Knie*



- „Der Regisseur von *Claires Knie*“ in (1) ist laut Russell kein singulärer Term (bezieht sich nicht auf ein bestimmtes Individuum).
- „Der Regisseur von *Claires Knie*“ bezieht sich vielmehr auf *irgendein* Individuum, das bestimmte Bedingungen erfüllt ...
  - ... auf etwas, das ein Regisseur von *Claires Knie* ist und das mit allen Regisseuren von *Claires Knie* identisch ist.
- Der scheinbare singuläre Term verschwindet in Russells logischer Analyse. „Der Regisseur von *Claires Knie*“ ist eine Abkürzung für mehrere Quantifizierungen, in denen vom Regisseur von *Claires Knie* nicht als einem Individuum die Rede ist.
- Dadurch, dass Prinzipien der singulären Bezugnahme (der Bezugnahme auf Einzeldinge) auf Ausdrücke angewandt werden, die in Wirklichkeit keine singulären Termini sind, sondern sich nur als solche „tarnen“, ergeben sich Russell zufolge verschiedene sprachphilosophische bzw. logische Probleme.

## Weitere Beispiele definiter Kennzeichnungen und ihrer Analyse

(1) Die Vorsitzende hat Halsschmerzen.  $\exists x \left( (Px \wedge \forall y (Py \rightarrow x = y)) \wedge Qx \right)$

Px: x ist eine Vorsitzende. / Qx: x hat Halsschmerzen.

(2) Anton liebt den Bürgermeister von Berlin.  $\exists x \left( (Pxb \wedge \forall y (Pyb \rightarrow x = y)) \wedge Qax \right)$

a: Anton / b: Berlin / Pxy: x ist ein Bürgermeister von y. / Qxy: x liebt y

(3) Der Lehrer von Alexander dem Grossen ist ein Philosoph.  $\exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow x = y)) \wedge Qx \right)$

a: Alexander der Grosse / Pxy: x ist ein Lehrer von y. / Qx: x ist ein Philosoph

(4) Aristoteles ist der Lehrer von Alexander dem Grossen.  $\exists x \left( (Pxb \wedge \forall y (Pyb \rightarrow x = y)) \wedge x = a \right)$

a: Aristoteles / b: Alexander der Grosse. / Pxy: x ist ein Lehrer von y.  $\Leftrightarrow Pab \wedge \forall x (Pxb \rightarrow x = a)$

(5) Der Schüler von Platon ist der Lehrer von Alexander dem Grossen.

a: Platon / b: Alexander der Grosse / Pxy: x ist ein Schüler von y. / Qxy: x ist ein Lehrer von y.

$$\exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow x = y)) \wedge \exists z \left( (Qzb \wedge \forall z_1 (Qz_1b \rightarrow z_1 = z)) \wedge x = z \right) \right)$$

## Das Problem des ausgeschlossenen Dritten

(1) Der (derzeitige) König von Frankreich ist kahlköpfig.

- Weder (1) noch die Negation von (1) scheint wahr zu sein.
- Aber dem logischen Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten (*tertium non datur*) zufolge ist eine Aussage entweder wahr oder falsch.
- Wenn (1) also nicht wahr ist, dann ist (1) falsch.
- Und wenn (1) falsch ist, dann ist die Negation von (1) wahr.
- Demnach scheint es, als sei folgende Aussage wahr:  
(1)\* „Der derzeitige König von Frankreich ist nicht kahlköpfig.“
- Hat der derzeitige König von Frankreich also einen vollen Haarschopf?
- Ähnliche Probleme ergeben sich mit folgenden Behauptungen:
  - Die Präsidentin der Vereinigten Staaten von Amerika ist eine Afroamerikanerin.
  - Die Rektorin der Universität Zürich ist ledig.
  - Das Halstuch der Dozentin ist rot.



## ... das Problem des ausgeschlossenen Dritten: Russells Analyse

(1) Der König von Frankreich ist kahl.

$$\exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow y = x)) \wedge Qx \right)$$

- a. Es gibt (mindestens) einen König von Frankreich, und
  - b. es gibt nicht mehr als (höchstens) einen König von Frankreich, und
  - c. wer oder was auch immer König von Frankreich ist, ist kahl.
- (1) enthält eine Konjunktion und ist falsch, weil deren erstes Glied falsch ist.
  - Die Negation von (1) ist also wahr, und sie hat die logische Form:

$$\neg \exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow y = x)) \wedge Qx \right)$$

- Es ist nicht der Fall, dass (es trifft nicht zu, dass) der König von Frankreich kahl ist. Der König von Frankreich ist nicht kahl.
- Aus der Falschheit von (1) folgt hingegen keine Aussage der logischen Form:

$$\exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow y = x)) \wedge \neg Qx \right)$$

## ... das Problem des ausgeschlossenen Dritten: Russells Analyse

(1) Der König von Frankreich ist kahl.

$$\exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow y = x)) \wedge Qx \right)$$

- Satz (1) ist falsch und seine Negation ist daher wahr.
- Seine Negation hat allerdings die logische Form (a) und nicht die logische Form (b).

$$\text{a) } \neg \exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow y = x)) \wedge Qx \right)$$

$$\text{b) } \exists x \left( (Pxa \wedge \forall y (Pya \rightarrow y = x)) \wedge \neg Qx \right)$$

- In (a) kommt die Kennzeichnung „der König von Frankreich“ in **sekundärer Position** vor. Die Quantoren, für die die Kennzeichnung steht, fallen in den Bereich (*Skopus*) der Negation.
- In (b) kommt die Kennzeichnung „der König von Frankreich“ in **primärer Position** vor. Sie ist logisch vorgeordnet. Die Quantoren, deren Abkürzung die Kennzeichnung ist, regieren die Negation. Die Negation fällt in den Bereich des Existenzquantors.
- In (a) hat der Existenzquantor (hat die Kennzeichnung) einen **engeren**, in (b) einen **weiteren Skopus**.

## Das Problem negativer Existenzaussagen

(2) Der Weihnachtsmann existiert nicht.

- (2) scheint wahr zu sein und vom Weihnachtsmann zu handeln – eine wahre Aussage über den Weihnachtsmann zu sein.
- Denn mit dem sprachlichen Ausdruck „der Weihnachtsmann“ beziehen wir uns auf dasjenige (picken das heraus), von dem wir etwas sagen wollen, in diesem Fall, dass es nicht existiert.
- Darin gerade scheint der Beitrag zu bestehen, den die Bedeutung des Ausdrucks „der Weihnachtsmann“ zur Gesamtbedeutung des Satzes beisteuert.
- Aber wenn (2) wahr ist, dann bezieht sich „der Weihnachtsmann“ nicht auf den Weihnachtsmann, weil der nicht existiert. Die Extension von „der Weihnachtsmann“ ist leer. „Der Weihnachtsmann“ ist ein nicht-denotierender Ausdruck.
- Wie also kann (2) eine wahre Aussage über den Weihnachtsmann sein?
- Wie kann die logische Struktur von (2) angegeben werden?
  - „ $\neg Pa$ “ scheint kaum adäquat zu sein ( $Px$ :  $x$  existiert,  $a$ : der Weihnachtsmann).
  - Denn Individuenkonstanten werden als Namen für existierende Einzeldinge gebraucht ( $a$  steht für dasjenige Einzelding, dem wir die Eigenschaft  $P$  absprechen, für ein Ding, das die Eigenschaft  $P$  nicht besitzt). Aus  $\neg Pa$  folgt  $\exists x \neg Px$ .
  - (Die Existenz von etwas scheint weniger eine Eigenschaft, denn die Voraussetzung dafür zu sein, dass etwas eine Eigenschaft besitzen oder nicht besitzen kann.)

## ... das Problem negativer Existenzaussagen

(2) Der Weihnachtsmann existiert nicht.

- Die Kennzeichnung „der Weihnachtsmann“ steht in *sekundärer Position*. Satz (2) hat die logische Form (i.) und hat nicht die logische Form (ii.).
  - i. Es ist **nicht** der Fall, dass (a) es mindestens einen Weihnachtsmann gibt, und es (b) höchstens einen Weihnachtsmann gibt und (c) wer oder was auch immer ein Weihnachtsmann ist, existiert.
  - ii. Es gibt mindestens einen Weihnachtsmann (a), und es gibt höchstens einen Weihnachtsmann (b), und wer oder was auch immer ein Weihnachtsmann ist, existiert **nicht** (c).
- Nach (ii.) würde man mit (2) dreierlei behaupten und dabei etwas behaupten (a), das man gleichzeitig bestreitet (c).

$$\overbrace{\neg((\exists x Px \wedge \forall x (Px \rightarrow \forall y (Py \rightarrow y = x))) \wedge \forall x (Px \rightarrow Qx))}^{(a) \quad (b) \quad (c)}$$

$$\Leftrightarrow \neg \exists x ((Px \wedge \forall y (Py \rightarrow y = x)) \wedge Qx)$$

$$\neg \exists x ((Px \wedge \forall y (Py \rightarrow y = x)) \wedge \underbrace{\exists z (z = x)}}_{\text{Existenzquantifizierung}})$$

statt „Qx: x existiert“  
Existenzquantifizierung

$$\Leftrightarrow \neg \exists x (Px \wedge \forall y (Py \rightarrow y = x))$$

## Das Problem der Substituierbarkeit

- Koreferentielle Ausdrücke sind in vielen Kontexten *salva veritate* substituierbar: Sie können in Sätzen gegeneinander ausgetauscht werden, ohne dass sich der Wahrheitswert dieser Sätze ändert.
  - a) Der Mann mit dem braunen Hut ist ein Spion.
  - b) Der Mann mit dem braunen Hut ist Ortcut.
  - c) Ortcut ist ein Spion.
- Wenn (a) und (b) wahr sind, dann muss auch (c) wahr sein. (c) folgt aus (a) und (b).
- Wenn „der Mann mit dem braunen Hut“ und „Ortcut“ sich auf dasselbe Individuum beziehen, dann kann man den Ausdruck „der Mann mit dem braunen Hut“ in (a) durch „Ortcut“ ersetzen, ohne dass sich der Wahrheitswert von (a) änderte.
- Wenn (a) wahr ist, dann ist, vorausgesetzt, dass (b) wahr ist, auch (c) wahr. Wenn (a) falsch ist, dann ist, vorausgesetzt, dass (b) wahr ist, auch (c) falsch.
- Aber es gibt Kontexte, in denen koreferentielle Ausdrücke nicht *salva veritate* substituierbar sind.
- Wie kann das sein? Wie ist das logisch zu verstehen?

(Literatur: W.V.O. Quine, *Word and Object*, Cambridge MA 1960; dt. *Wort und Gegenstand*, Stuttgart, Reclam)

## ... das Problem der Substituierbarkeit

- d) Karl glaubt, dass der Mann mit dem braunen Hut ein Spion ist.
- e) Karl glaubt, dass Ortcut ein Spion ist.
- (d) und (e) können unterschiedliche Wahrheitswerte haben, selbst wenn sich „der Mann mit dem braunen Hut“ und „Ortcut“ auf dieselbe Person beziehen.
- Aus (d) kann nicht auf (e) geschlossen werden.
- Die Position der Kennzeichnung („der Mann mit dem braunen Hut“) in (d) ist **opak**.
- In (a) „Der Mann mit dem braunen Hut ist ein Spion“ kommt dieselbe Kennzeichnung in einer **transparenten** Position vor.
- Die Opazität in (d) und (e) rührt von der „glaubt, dass“-Konstruktion her, die einen **intensionalen** Kontext erzeugt.
- Manchmal wird zwischen einer Lesart **de dicto** und einer Lesart **de re** der Zuschreibung intentionaler Zustände unterschieden. In ihrer Lesart de re (De-re-Lesart) kann man von (d) auf (e) schliessen. („Karl glaubt *von* dem Mann mit dem braunen Hut / *von* Ortcut, dass er ein Spion ist.“)
- *De-re*-Zuschreibungen setzen nicht voraus, dass denjenigen, denen sie gelten, das intentionale Objekt (auf das ihre Meinung, Hoffnung etc. gerichtet ist) unter der in der Zuschreibung verwendeten Bezeichnung oder Beschreibung bekannt ist.

- (3) Jörg glaubt, dass der Autor der *Kritik der reinen Vernunft* ein berühmter Philosoph ist.
- Koreferentielle Ausdrücke sind in *intensionalen* Kontexten nicht *salva veritate* substituierbar.
  - Ersetzt man die Kennzeichnung „der Autor der *Kritik der reinen Vernunft*“ in (3) durch einen anderen Ausdruck, der sich auf dieselbe Person bezieht, dann kann sich der Wahrheitswert von (3) ändern.
  - Man kann aus (3) z.B. nicht schließen, dass Jörg glaubt, der Autor der *Träume eines Geistersehers* sei ein berühmter Philosoph. Denn Jörg weiß womöglich gar nicht, dass der Autor der *Kritik der reinen Vernunft* mit dem Autor der *Träume eines Geistersehers* identisch ist.
  - Die Position der Kennzeichnung in (3) ist *opak* (im Gegensatz zu *transparent*).
  - Diese Opazität rührt von der „glaubt, dass“-Konstruktion her, die einen *intensionalen* Kontext erzeugt. Denn der Satz „Der Autor der *Kritik der reinen Vernunft* ist ein berühmter Philosoph“ ist für sich genommen transparent. (In ihm sind koreferentielle Ausdrücke *salva veritate* substituierbar).
  - Russells Analyse zufolge glaubt Jörg sinngemäß folgendes:
    - a) Wenigstens ein Individuum ist ein Autor der *Kritik der reinen Vernunft*,
    - b) und höchstens ein Individuum ist ein Autor der *Kritik der reinen Vernunft*,
    - c) und wer oder was auch immer ein Autor der *Kritik der reinen Vernunft* ist, ist ein berühmter Philosoph.
  - In (3) ist abgesehen von Jörg und von der *Kritik der reinen Vernunft* von keinem weiteren Einzelding die Rede, auf das wir uns mit koreferentiellen Ausdrücken beziehen könnten.

FIN